

ЗАДАНИЕ К1-1

Дано: $x = -2t^2 + 3$; $y = -5t$; $t_1 = 0,5$ с

Найти: уравнение траектории точки, а также для момента времени $t = t_1$ (с) определить положение точки на траектории, ее скорость, полное, касательное и нормальное ускорения, радиус кривизны траектории в соответствующей точке

РЕШЕНИЕ:

1. Уравнение траектории.

Определим уравнение траектории точки в координатной форме, исключив время из уравнений движения.

Из первого уравнения $t = \sqrt{\frac{3-x}{2}}$

Подставляем найденное выражение во второе уравнение и получаем уравнение траектории $y = -5\sqrt{\frac{3-x}{2}}$

Это уравнение подкоренной функции.

Положение точки при $t = t_1 = 0,5$ с:

$$x = -2 \cdot 0,5^2 + 3 = 2,5 \text{ (см)}, \quad y = -5 \cdot 0,5 = -2,5 \text{ (см)}$$

2. Скорость точки.

Скорость найдем по ее проекциям на координатные оси:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -4t, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = -5$$

При $t = t_1 = 0,5$ с:

$$v_x = -4 \cdot 0,5 = -2 \text{ (см/с)}, \quad v_y = -5 \text{ (см/с)}$$

Модуль скорости:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-5)^2} \approx 5,39 \text{ (см/с)}$$

3. Ускорение точки.

Находим аналогично:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -4, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0$$

Модуль ускорения:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-4)^2 + 0^2} = 4 \text{ (см/с}^2\text{)}$$

4. Касательное ускорение.

Используем формулу $a_\tau = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v}$

При $t = t_1 = 0,5$ с:

$$a_\tau = \frac{-2 \cdot (-4) - 5 \cdot 0}{5,39} \approx 1,48 \text{ (см/с}^2\text{)}$$

5. Нормальное ускорение.

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{4^2 - 1,48^2} \approx 3,72 \text{ (см/с}^2\text{)}$$

6. Радиус кривизны траектории.

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{5,39^2}{3,72} \approx 7,81 \text{ (см)}$$

Координаты, см		Скорость, см/с			Ускорение, см/с ²					Радиус кривизны, см
x	y	v _x	v _y	v	a _x	a _y	a _τ	a _n	a	
2,5	-2,5	-2	-5	5,39	-4	0	1,48	3,72	4	7,81

