

## ЗАДАНИЕ С1-1

Дано:  $P = 8 \text{ кН}$

Найти: Реакции в т. А и В, усилия в стержнях

РЕШЕНИЕ:

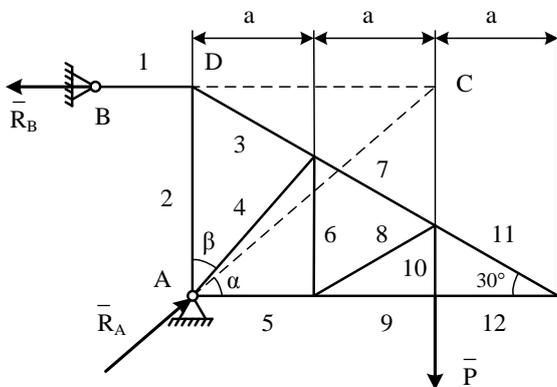


Рис 1

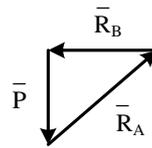


Рис 2

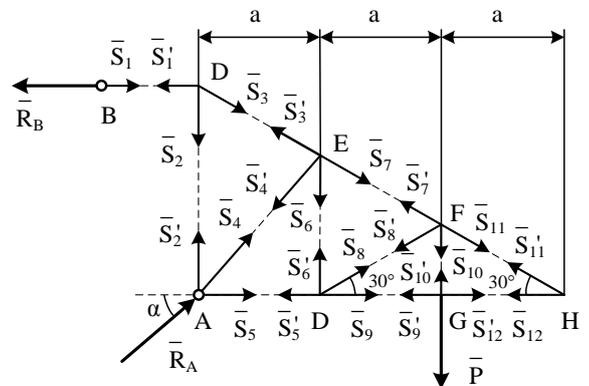


Рис 3

### 1. Определение реакций опор.

Рассмотрим внешние силы, приложенные к ферме: задаваемую силу  $P$ , реакции опор  $R_A$  и  $R_B$ . Линия действия реакции  $R_B$  направлена вдоль стержня 1. Линию действия реакции  $R_A$  определяем с помощью теоремы о равновесии трех непараллельных сил, согласно которой линии их действия пересекаются в одной точке (рис 1).

Строим замкнутый силовой треугольник (рис 2). Построение начинаем с силы  $P$ . Через начало вектора  $P$  проводим прямую, параллельную линии действия одной из реакций, а через конец - прямую, параллельную линии действия другой реакции.

Стороны полученного замкнутого силового треугольника определяют модули и направления опорных реакций  $R_A$  и  $R_B$ . Из подобия силового треугольника и  $\triangle ADC$  находим:

$$\frac{P}{AD} = \frac{R_B}{DC} = \frac{R_A}{AC}$$

Из схемы находим:

$$DC = 2a, \quad AD = 3a \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = 1,732a, \quad AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{(1,732a)^2 + (2a)^2} \approx 2,646a$$

Тогда

$$R_A = P \frac{AC}{AD} = 8 \frac{2,646a}{1,732a} \approx 12,22 \text{ (кН)}$$

$$R_B = P \frac{DC}{AD} = 8 \frac{2a}{1,732a} \approx 9,24 \text{ (кН)}$$

Также находим:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AD}{DC} = \frac{1,732a}{2a} \approx 0,866, \quad \cos \alpha = \frac{DC}{AC} = \frac{2a}{2,646a} \approx 0,756, \quad \sin \alpha = \frac{AD}{AC} = \frac{1,732a}{2,646a} \approx 0,655$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a}{2a \cdot \operatorname{tg} 30} = \frac{1}{2 \cdot 0,577} \approx 0,866, \text{ т.е. } \alpha = \beta, \text{ значит } \cos \beta \approx 0,756 \text{ и } \sin \beta \approx 0,655$$

Проверка:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0; \quad R_A \sin \alpha - P = 0 \\ 12,22 \cdot 0,655 - 8 &= 0 \\ 0,004 &\approx 0 \end{aligned}$$

## 2. Определение усилий в стержнях фермы.

Кроме внешних сил, которые могут быть приложены к узлу фермы, на каждый ее узел действуют реакции сходящихся в нем стержней. Эти реакции равны усилиям в стержнях.

Рассматриваем равновесие сил, приложенных к каждому узлу фермы, выбирая узлы в такой последовательности, чтобы число неизвестных сил в узле не превышало двух.

Условно предполагаем, что все стержни растянуты, т. е. реакции стержней направлены от узлов (рис 3). Отрицательные знаки найденных реакций будут означать, что соответствующие стержни не растянуты, а сжаты, т. е. реакции этих стержней направлены к узлам.

Реакции каждого стержня обозначим  $S$  и  $S'$ , причем численно  $S = -S'$ .

Расчет начинаем с узла В:

$$\sum Y_i = 0; \quad -R_B + S_1 = 0$$

Откуда

$$S_1 = R_B = 9,24 \text{ (кН)}$$

Узел D:

$$\sum X_i = 0; \quad -S'_1 + S_3 \cos 30 = 0$$

$$\sum Y_i = 0; \quad -S_3 \sin 30 - S_2 = 0$$

Откуда

$$S_3 = \frac{S'_1}{\cos 30} = \frac{9,24}{0,866} \approx 10,67 \text{ (кН)}$$

$$S_2 = -S_3 \sin 30 = -10,67 \cdot 0,5 \approx -5,34 \text{ (кН)}$$

Узел А:

$$\sum X_i = 0; \quad R_A \cos \alpha + S_4 \sin \beta + S_5 = 0$$

$$\sum Y_i = 0; \quad R_A \sin \alpha + S_4 \cos \beta + S'_2 = 0$$

Откуда

$$S_4 = \frac{-R_A \sin \alpha - S'_2}{\cos \beta} = \frac{-12,22 \cdot 0,655 + 5,34}{0,756} \approx -3,52 \text{ (кН)}$$

$$S_5 = -R_A \cos \alpha - S_4 \sin \beta = -12,22 \cdot 0,756 + 3,52 \cdot 0,655 \approx -6,93 \text{ (кН)}$$

Узел Е:

$$\sum X_i = 0; \quad -S'_3 \cos 30 - S'_4 \sin \beta + S_7 \cos 30 = 0$$

$$\sum Y_i = 0; \quad S'_3 \sin 30 - S'_4 \cos \beta - S_6 - S_7 \sin 30 = 0$$

Откуда

$$S_7 = \frac{S'_3 \cos 30 + S'_4 \sin \beta}{\cos 30} = \frac{10,67 \cdot 0,866 - 3,52 \cdot 0,655}{0,866} \approx 8 \text{ (кН)}$$

$$S_6 = S'_3 \sin 30 - S'_4 \cos \beta - S_7 \sin 30 = 10,67 \cdot 0,5 + 3,52 \cdot 0,756 - 8 \cdot 0,5 \approx 4 \text{ (кН)}$$

Узел D:

$$\sum X_i = 0; \quad -S'_5 + S_8 \cos 30 + S_9 = 0$$

$$\sum Y_i = 0; \quad S'_6 + S_8 \sin 30 = 0$$

Откуда

$$S_8 = -\frac{S'_6}{\sin 30} = -\frac{4}{0,5} = -8 \text{ (кН)}$$

$$S_9 = S'_5 - S_8 \cos 30 = -6,93 + 8 \cdot 0,866 \approx 0$$

Узел G:

$$\Sigma X_i = 0; \quad -S'_9 + S'_{12} = 0$$

$$\Sigma Y_i = 0; \quad S_{10} - P = 0$$

Откуда

$$S'_{12} = S'_9 = 0 \text{ (кН)}$$

$$S_{10} = P = 8 \text{ (кН)}$$

Узел F

$$\Sigma X_i = 0; \quad -S'_7 \cos 30 - S'_8 \cos 30 + S_{11} \cos 30 = 0$$

Откуда

$$S_{11} = S'_7 + S'_8 = 8 - 8 = 0$$

Узел H (для проверки):

$$\Sigma X_i = 0$$

$$-S_{12} - S_{11} \cos 30 = 0$$

$$-0 - 0 \cdot 0,866 = 0$$

$$0 \equiv 0$$

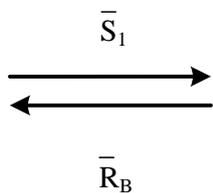
$$\Sigma Y_i = 0$$

$$S_{11} \sin 30 = 0$$

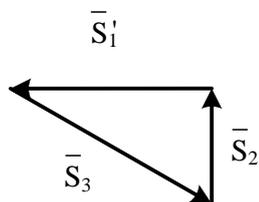
$$0 \cdot 0,5 = 0$$

$$0 \equiv 0$$

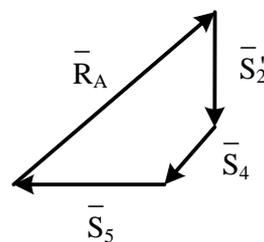
Строим силовые многоугольники:



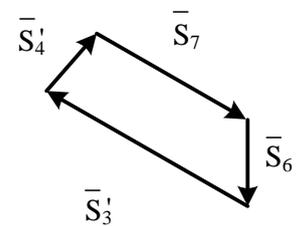
Узел B



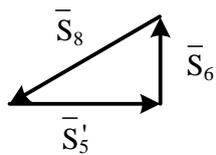
Узел D



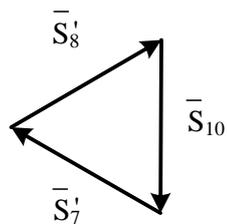
Узел A



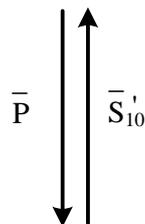
Узел E



Узел D



Узел F



Узел G

**3. Составление таблицы усилий в стержнях фермы и построение схемы фермы с действительными направлениями этих усилий.**

По результатам расчета составляем таблицу усилий в стержнях фермы.

Номер стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Знак усилия	+	-	+	-	-	+	+	-		+		
Усилие, кН	9,24	5,34	10,67	3,52	6,93	4	8	8	0	8	0	0

Строим схему фермы с действительными направлениями усилий в стержнях.

