

## ЗАДАНИЕ К1-00

### к1а

Дано: уравнения движения точки в плоскости  $xу$ :  $x = 6 \cos \frac{\pi t}{6} - 3$ ,  $y = 12 \sin \frac{\pi t}{6}$ ;  $t_1 = 1$  с.

Найти: уравнение траектории точки; скорость и ускорение, касательное и нормальное ускорение и радиус кривизны траектории в момент  $t = t_1$ .

РЕШЕНИЕ:

#### 1. Уравнение траектории.

Для определения уравнения траектории точки исключим время  $t$  из заданных уравнений движения.

Воспользуемся свойством тригонометрических функций  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ .

$$\text{Тогда } \left( \sin \frac{\pi t}{6} \right)^2 = \frac{y^2}{144}, \left( \cos \frac{\pi t}{6} \right)^2 = \frac{(x+3)^2}{36} \text{ и } \frac{(x+3)^2}{36} + \frac{y^2}{144} = 1$$

Это уравнение эллипса с большой полуосью равной 12 см. и малой – 6 см.

#### 2. Скорость точки.

Скорость найдем по ее проекциям на координатные оси:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\pi \sin \frac{\pi t}{6}, v_y = \frac{dy}{dt} = 2\pi \cos \frac{\pi t}{6}.$$

При  $t = t_1 = 1$  с

$$v_x = -\pi \sin \frac{\pi \cdot 1}{6} \approx -1,57 \text{ (см/с)}, v_y = 2\pi \cos \frac{\pi \cdot 1}{6} \approx 5,44 \text{ (см/с)}$$

Модуль скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{1,57^2 + 5,44^2} \approx 5,66 \text{ (см/с)}.$$

#### 3. Ускорение точки.

Находим аналогично:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\frac{1}{6} \pi^2 \cos \frac{\pi t}{6}, a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{1}{3} \pi^2 \sin \frac{\pi t}{6}$$

При  $t = t_1 = 1$  с

$$a_x = -\frac{1}{6} \pi^2 \cos \frac{\pi \cdot 1}{6} \approx -1,42 \text{ (см/с}^2\text{)}, a_y = -\frac{1}{3} \pi^2 \sin \frac{\pi \cdot 1}{6} \approx -1,64 \text{ (см/с}^2\text{)}$$

Модуль ускорения:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{1,42^2 + 1,64^2} \approx 2,17 \text{ (см/с}^2\text{)}.$$

#### 4. Касательное ускорение.

$$\text{Имеем } a_\tau = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v}$$

При  $t = t_1 = 1$  с

$$a_\tau = \frac{1,57 \cdot 1,42 - 5,44 \cdot 1,64}{5,66} \approx -1,18 \text{ (см/с}^2\text{)}.$$

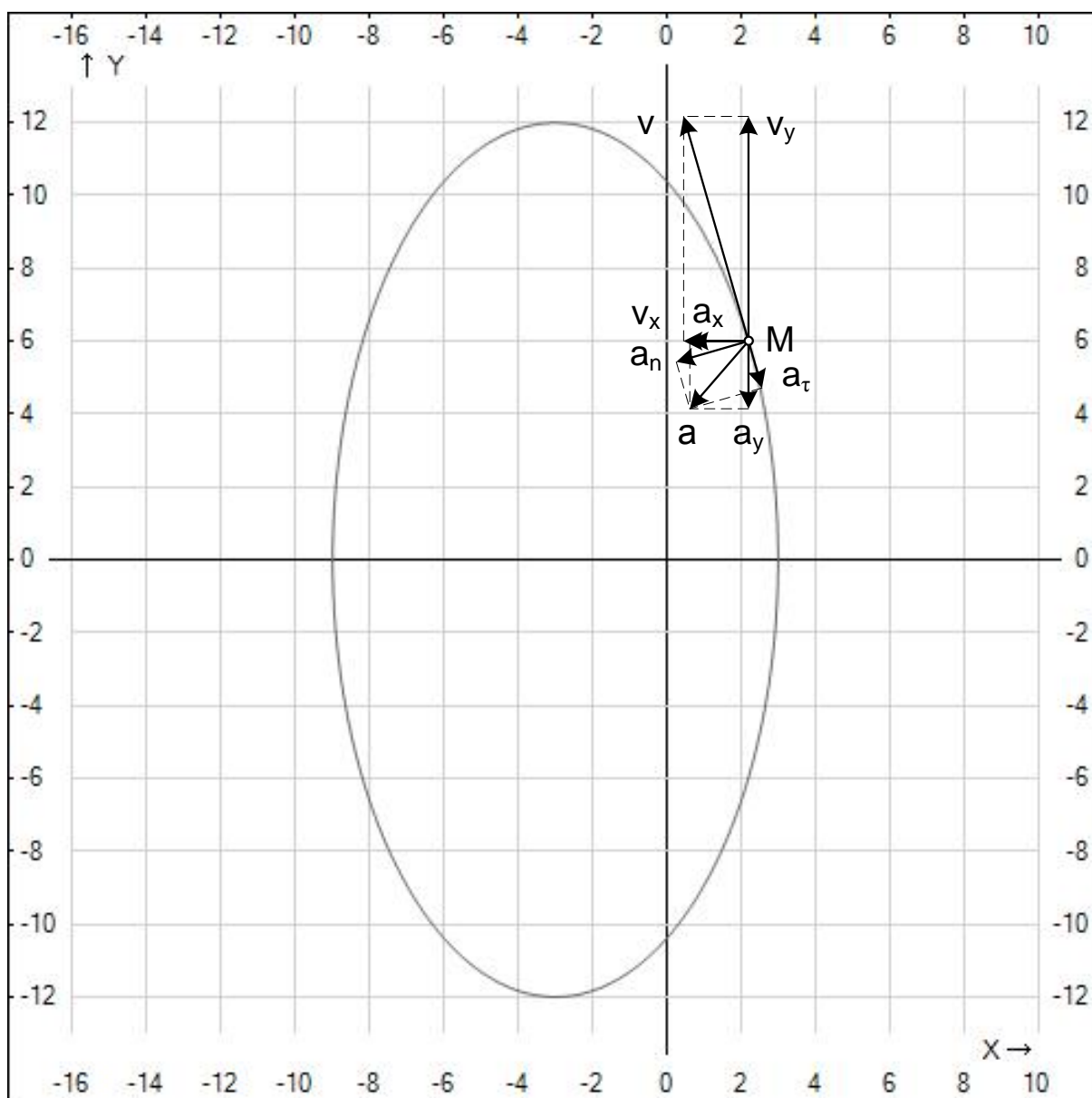
#### 5. Нормальное ускорение.

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{2,17^2 - 1,18^2} \approx 1,82 \text{ (см/с}^2\text{)}.$$

#### 6. Радиус кривизны траектории.

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{5,66^2}{1,82} \approx 17,6 \text{ (см)}.$$

v	a	a <sub>τ</sub>	a <sub>n</sub>	ρ
см/с		см/с <sup>2</sup>		см
5,66	2,17	-1,18	1,82	17,6



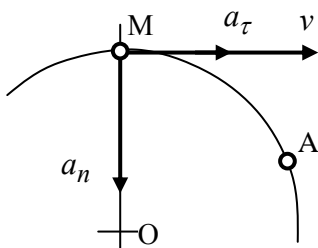
**к16**

Дано: Точка движется по дуге окружности радиуса  $R = 2$  м по закону  $s = AM = 4 \cos \frac{\pi t}{6}$ ;  $t_1 = 1$  с.

Найти: скорость и ускорение точки в момент  $t = t_1$ .

РЕШЕНИЕ:

Скорость точки  $v = \frac{ds}{dt} = -\frac{2\pi}{3} \sin \frac{\pi t}{6}$



При  $t = t_1 = 1$  с

$$v = -\frac{2\pi}{3} \sin \frac{\pi \cdot 1}{6} \approx -1,05 \text{ (м/с)}$$

Ускорение находим по касательной и нормальной составляющим:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = -\frac{\pi^2}{9} \cos \frac{\pi t}{6} = -\frac{\pi^2}{9} \cos \frac{\pi \cdot 1}{6} \approx -0,95 \text{ (м/с}^2\text{)};$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{1,05^2}{2} \approx 0,55 \text{ (м/с}^2\text{)};$$

Модуль ускорения:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{0,95^2 + 0,55^2} \approx 1,1 \text{ (м/с}^2\text{)}$$