

### ЗАДАНИЕ Д1-00

Дано:  $m=2\text{кг}$ ,  $v_0=20\text{ м/с}$ ,  $Q=6\text{ Н}$ ,  $R=0,4v\text{ Н}$ ,  $t_1=2,5\text{ с}$ ,  $F_x = 2\sin 4t\text{ Н}$ ,  $f=0,2$ .

Найти:  $x = f(t)$  - закон движения груза на участке ВС

#### РЕШЕНИЕ:

1) Рассмотрим движение груза на участке АВ, считая груз материальной точкой. На груз действуют сила тяжести  $\vec{P} = m\vec{g}$ , реакция стенки  $\vec{N}$  постоянная сила  $\vec{Q}$  и сила сопротивления  $\vec{R} = 0,4v$ . Проведем ось  $z$  вдоль АВ.

Составим дифференциальное уравнение движение в проекции на эту ось:

$$m \frac{dv_z}{dt} = \sum F_{iz} \text{ или } m \frac{dv_z}{dt} = -Q - R$$

Перепишем это уравнение с учетом того, что  $v_z = v$ :  $\frac{dv}{dt} = \frac{-Q - R}{m} = -\frac{0,4}{m} \left( \frac{Q}{0,4} + v \right)$ . Обозначим

$$a = \frac{0,4}{m} = \frac{0,4}{2} = 0,2 \text{ и } q = \frac{Q}{0,4} = \frac{6}{0,4} = 15. \text{ Тогда } \frac{dv}{v+q} = -adt, \text{ интегрируем: } \ln(v+q) = -at + C_1.$$

Постоянную  $C_1$  находим по начальным условиям: при  $t = 0$   $v = v_0$ , что дает  $C_1 = \ln(v_0 + q)$ . Следовательно

$$\ln \frac{v+q}{v_0+q} = -at.$$

Отсюда получаем  $v = -q + (v_0 + q)e^{-at}$ .

При перемещении груза в точку В  $t = t_1 = 2,5\text{ с}$ ,  $v = v_B$ .

Тогда

$$v_B = -15 + (20 + 15)e^{-0,5} = 6,23 \text{ (м/с)}.$$

2). При рассмотрении движения груза на участке ВС найденная скорость будет для движения на этом участке начальной скоростью. Составим дифференциальные уравнения движения груза в проекции на оси  $x$  и  $y$ :

$$m \frac{dv_x}{dt} = F_x - F_{mp} - P \sin 30^\circ \text{ и } 0 = N - P \cos 30^\circ.$$

Тогда  $N = mg \cos 30^\circ$ ,  $F_{mp} = fmg \cos 30^\circ$  и  $\frac{dv_x}{dt} = \frac{2}{m} \sin 4t - g(f \cos 30^\circ + \sin 30^\circ)$ .

Обозначим  $a = \frac{2}{m} = \frac{2}{2} = 1$  и  $b = g(f \cos 30^\circ + \sin 30^\circ) = 6,73$ .

Разделяя переменные и интегрируя получим  $v_x = -\frac{a}{4} \cos 4t - bt + C_2$

При начальных условиях  $t = 0$   $v_0 = v_B$  и  $C_2 = v_B + \frac{a}{4} = 6,48$ .

То есть  $v_x = \frac{dx}{dt} = 6,48 - 0,25 \cos 4t - 6,73t$ .

После интегрирования:  $x = 6,48t - \frac{0,25}{4} \sin 4t - \frac{6,73}{2} t^2 + C_3$ .

Т.к. при  $t = 0$   $x = 0$ , то  $C_3 = 0$  и окончательно искомый закон движения груза на участке ВС будет

$$x = 6,48t - 3,37t^2 - 0,0625 \sin 4t$$

