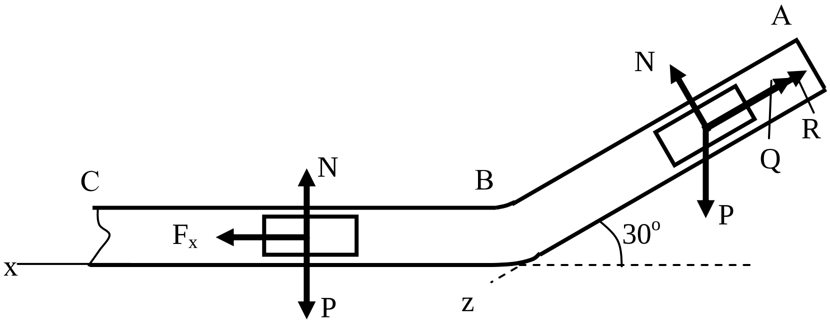
ЗАДАНИЕ Д1-00

Дано: $m=2{,}4$ кг, $v_0=12$ м/с, Q=5 Н, R=$0{,}8v^2$ Н, $\ell=1{,}5$ м, $F_x=4\sin 4t$ Н.

Найти: $x=f(t)$ - закон движения груза на участке BC

РЕШЕНИЕ:

1) Рассмотрим движение груза на участке AB, считая груз материальной точкой. На груз действуют сила тяжести $\vec{P}=m\vec{g}$, реакция стенки $\vec{N}$ постоянная сила $\vec{Q}$ и сила сопротивления $\vec{R}=0{,}8v^2$. Проведем ось Oz вдоль AB.



Составим дифференциальное уравнение движение в проекции на эту ось: $m\dfrac{dv_z}{dt}=\sum F_{iz}$ или $mv_z\dfrac{dv_z}{dz}=-Q-R+P\sin 30$.

Перепишем это уравнение с учетом того, что $v_z=v$: $v\dfrac{dv}{dz}=\dfrac{0{,}8}{m}\left(\dfrac{mg\sin 30-Q}{0{,}8}-v^2\right)$. Обозначим $a=\dfrac{0{,}8}{m}=\dfrac{0{,}8}{2{,}4}=1/3$ (м$^{-1}$) и $q=\dfrac{mg\sin 30-Q}{0{,}8}=\dfrac{2{,}4\cdot 10\cdot 0{,}5-5}{0{,}8}=8{,}75$ (м^2/с^2).

Тогда $v\dfrac{dv}{dz}=a(q-v^2)$, разделяя переменные $\dfrac{2vdv}{v^2-q}=-2adz$ интегрируем: $\ln(v^2-q)=-2az+C_1$.

Постоянную C_1 находим по начальным условиям: при $z=0$ $v=v_0$, что дает $C_1=\ln(v_0^2-q)$. Следовательно $\ln(v^2-q)=-2az+\ln(v_0{}^2-q)$ или $\ln\dfrac{v^2-q}{v_0^2-q}=-2az$.

Отсюда получаем $v^2=q+(v_0^2-q)e^{-2az}$.

При перемещении груза в точку B $z=\ell=1{,}5$ м, $v=v_B$.

Тогда

$$v_B^2=8{,}75+\frac{144-8{,}75}{e}=58{,}51 \qquad \text{и} \qquad v_B=7{,}65 \text{ м/с.}$$

2). При рассмотрении движения груза на участке BC найденная скорость будет для движения на этом участке начальной скоростью.

Составим дифференциальные уравнения движения груза в проекции на оси Ox и Oy:

$$m\frac{dv_x}{dt}=F_x \text{ или } \frac{dv_x}{dt}=\frac{4}{m}\sin 4t.$$

Разделяя переменные и интегрируя получим $v_x=-\dfrac{1}{m}\cos 4t+C_2$; при начальных условиях при $t=0$ $v_0=v_B$ и $C_2=v_B+\dfrac{1}{m}=7{,}65+\dfrac{1}{2{,}4}=8{,}07$. То есть

$$v_x=\frac{dx}{dt}=8{,}07-0.417\cos 4t.$$

После интегрирования: $x=8{,}07t-\dfrac{0{,}417}{4}\sin 4t+C_3$. Т.к. при $t=0$ $x=0$ то $C_3=0$ и окончательно искомый закон движения груза на участке BC будет

$$\boxed{x=8{,}07t-0{,}104\sin 4t}$$