

### ЗАДАНИЕ К1-1

Дано: уравнения движения точки в плоскости  $xу$ :  $x = 3t^2 + 6t + 12$ ,  $y = t^2 + 2t + 6$ ;  $t_1 = 2$  с.

Найти: уравнение траектории точки; скорость и ускорение, касательное и нормальное ускорение и радиус кривизны траектории в момент  $t = t_1$ .

РЕШЕНИЕ:

#### 1. Уравнение траектории.

Для определения уравнения траектории точки исключим время  $t$  из заданных уравнений движения. Умножаем обе части второго уравнения на 3 и вычитаем первое уравнение:

$$3y - x = 3t^2 + 6t + 18 - 3t^2 - 6t - 12, \text{ откуда } y = \frac{x+6}{3} - \text{ это уравнение прямой}$$

Положение точки при  $t = t_1 = 2$  с

$$x = 3 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 + 12 = 36 \text{ м}$$

$$y = 2^2 + 2 \cdot 2 + 6 = 14 \text{ м}$$

#### 2. Скорость точки.

Скорость найдем по ее проекциям на координатные оси:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 6t + 6, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = 2t + 2$$

При  $t = t_1 = 2$  с

$$v_x = 6 \cdot 2 + 6 = 18 \text{ (м/с)}, \quad v_y = 2 \cdot 2 + 2 = 6 \text{ (м/с)}$$

Модуль скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{18^2 + 6^2} \approx 18,97 \text{ (м/с)}$$

#### 3. Ускорение точки.

Находим аналогично:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 6, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = 2$$

При  $t = t_1 = 2$  с

$$a_x = 6 \text{ (м/с}^2\text{)}, \quad a_y = 2 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Модуль ускорения:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} \approx 6,32 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

#### 4. Касательное ускорение.

$$\text{Имеем } a_\tau = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v}$$

При  $t = t_1 = 2$  с

$$a_\tau = \frac{18 \cdot 6 + 6 \cdot 2}{18,97} \approx 6,32 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

#### 5. Нормальное ускорение.

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{6,32^2 - 6,32^2} = 0$$

#### 6. Радиус кривизны траектории.

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{18,97^2}{0} = \infty$$

$v$	$a$	$a_\tau$	$a_n$	$\rho$
м/с	м/с <sup>2</sup>			м
18,97	6,32	6,32	0	$\infty$

